**Corrigé exercice 99 :**

1. Les faces $ABCD$ et $EFGH$ étant parallèles, les plans $(EFG)$ et $(BCD)$ sont également parallèles. Le plan $(LMD)$ coupe donc ces deux plans selon deux droites parallèles. On en déduit que $(LM)$ et $(BD)$ sont parallèles.

2. Dans le repère $(A; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}, \overrightarrow{AK})$, les coordonnées du point $E$ sont $(0; 0; 6)$ et celles du point $F$ sont $(6; 0; 6)$. On en déduit que le vecteur $\overrightarrow{FE}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

   Puisque $\overrightarrow{FL} = \frac{2}{3}\overrightarrow{FE}$, les coordonnées de $L$ sont bien $(2; 0; 6)$.

3. a. Le vecteur $\overrightarrow{BL}$ de coordonnées $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de la droite $(BL)$ et $B \in (BL)$ donc une représentation paramétrique de la droite $(BL)$ est $\begin{cases} x = -4t + 6 \\ y = 0 \\ z = 6t \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$.

   b. Par construction, le point $S$ appartient à la fois à la droite $(BL)$ et à la droite $(AE)$. Puisque $S \in (AE)$, alors on sait que $x_S = 0$ et $y_S = 0$. Il reste à déterminer $z_S$. En utilisant la représentation paramétrique de la droite $(BL)$ de la question précédente, on en déduit que, pour le point $S$, le paramètre doit respecter l'équation $-4t + 6 = 0$ soit $t = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$. Par conséquent $z_S = 6t = 9$. Les coordonnées de $S$ sont donc $(0; 0; 9)$.