

Corrigé exercice 104 :

1. D'après le contexte, on peut supposer que la suite (T_n) est décroissante. En effet, le café devrait naturellement se refroidir.

2. Pour tout entier naturel n , on a :

$$T_{n+1} - T_n = -0,2(T_n - 10) \Leftrightarrow T_{n+1} = T_n - 0,2T_n + 2 = 0,8T_n + 2.$$

3. a. Pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = T_{n+1} - 10 = 0,8T_n + 2 - 10 = 0,8T_n - 8 = 0,8(T_n - 10) = 0,8u_n.$$

Ainsi, (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,8$ et de premier terme $u_0 = T_0 - 10 = 70$.

b. Pour tout entier naturel n , on a alors $u_n = u_0 \times q^n = 70 \times 0,8^n$.

D'où $T_n = u_n + 10 = 70 \times 0,8^n + 10$.

c. Comme $-1 < 0,8 < 1$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} 0,8^n = 0$.

D'où, par produit, $\lim_{n \rightarrow +\infty} 70 \times 0,8^n = 0$.

Et alors, par somme, $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 70 \times 0,8^n + 10 = 10$.

4. a. À la fin de l'exécution de cet algorithme, la variable n contient la valeur 4.

b. Au bout de 4 minutes, la température du café sera inférieure ou égale à 40°C .