Corrigé exercice 114 :

1. a. On a $P(2;0;0)$, $Q(0;0;2)$ et $\Omega(3;3;3)$.

   b. On a d'abord $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}-2\\0\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{PR}\begin{pmatrix}-2\\4\\6\end{pmatrix}$. $\overrightarrow{n}$ est normal au plan s'il est orthogonal aux vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$ donc si $\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{PQ}=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{PR}=0\end{cases}$.

   On obtient $\begin{cases}-2+2c=0\\ -2+4b+6c=0\end{cases}$ soit $\begin{cases}c=1\\ b=-1\end{cases}$ donc $\overrightarrow{n}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$.

   c. Comme $\overrightarrow{n}$ est normal au plan (PQR), une équation de ce plan est de la forme $x-y+z+d=0$. Comme P appartient au plan, on obtient que $2-0+0+d=0$, d'où $d=-2$. Ainsi, $x-y+z-2=0$ est bien une équation du plan (PQR).

2. a. Un vecteur directeur de la droite Δ est donc $\overrightarrow{n}$. Comme cette droite passe par $\Omega(3;3;3)$, on obtient la représentation paramétrique suivante :

$$\begin{cases}x=t+3\\ y=-t+3\\ z=t+3\end{cases},t\in\mathbb{R}.$$

   b. On injecte les coordonnées de la représentation paramétrique dans l'équation du plan et on obtient $(t+3)-(-t+3)+t+3-2=0$, soit $3t=-1$ et donc $t=-\frac{1}{3}$. En remplaçant la valeur de t dans la représentation paramétrique, on obtient $I\left(\frac{8}{3};\frac{10}{3};\frac{8}{3}\right)$.

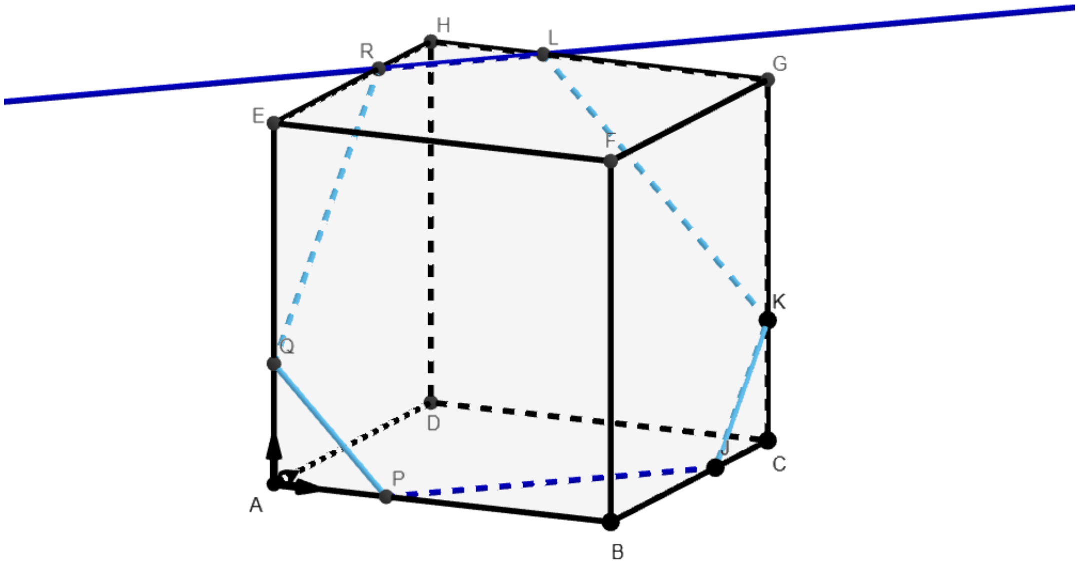
   c. Le repère étant orthonormé :

$$\Omega I=\sqrt{\left(3-\frac{8}{3}\right)^2+\left(3-\frac{10}{3}\right)^2+\left(3-\frac{8}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3. a. $6-4+0-2=0$ donc le point J appartient bien au plan (PQR).

   b. On a $\overrightarrow{JK}\begin{pmatrix}0\\2\\2\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix}0\\4\\4\end{pmatrix}$. On remarque que $\overrightarrow{QR}=2\overrightarrow{JK}$. Comme ces vecteurs sont colinéaires, on en déduit que les droites (JK) et (QR) sont parallèles.

   c. En utilisant le fait que les droites (JK) et (QR) sont parallèles et que J appartient au plan (PQR), on obtient le résultat suivant.


H
L
R
G
E
F
K
Q
D
J
C
P
A
B