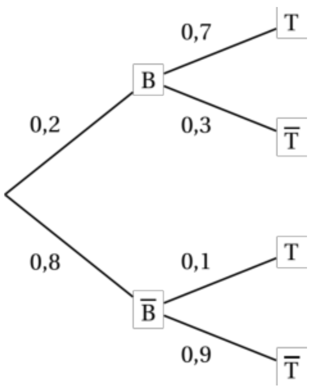
Corrigé exercice 113 :

1. Avec les informations de l'énoncé, on obtient l'arbre pondéré suivant.



2. a. On s'intéresse ici à l'événement $B \cap T$ dont la probabilité est :
$P(B \cap T) = P(B) \times P_B(T) = 0,2 \times 0,7 = 0,14$.
La probabilité que l'angine du malade soit bactérienne et que le test soit positif est égale à 0,14.

   b. D'après la formule des probabilités totales on a :

$$\begin{aligned} P(T) &= P(B \cap T) + P(\overline{B} \cap T) \\ &= 0,14 + P(\overline{B}) \times P_{\overline{B}}(T) \\ &= 0,14 + 0,8 \times 0,1 \\ &= 0,22 \end{aligned}$$

   La probabilité que le test soit positif est égale à 0,22.

   c. On sait que le test est positif. D'après la formule des probabilités conditionnelles on a : $P_T(B) = \frac{P(B \cap T)}{P(T)} = \frac{0,14}{0,22} = \frac{7}{11}$. La probabilité que l'angine soit bactérienne sachant que le test est positif est égale à $\frac{7}{11}$.

3. a. L'examen d'un malade est une épreuve de Bernoulli de succès T « Le test effectué sur le malade est positif », de probabilité $p = 0,22$ (d'après la question 2.b).La variable aléatoire X compte le nombre de succès lors de la répétition de $n = 5$ épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, donc X suit la loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,22$.

   b. L'événement « Au moins un des cinq tests est positif » correspond à l'événement contraire de « Aucun test n'est positif ». On obtient donc $P(X \geqslant 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - (1-p)^5 \approx 0,71$.L'arrondi au centième de probabilité qu'au moins l'un des cinq malades ait un test positif est donc de 0,71.

   c. X suit une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,22$ donc l'espérance de X est $E(X) = np = 5 \times 0,22 = 1,1$.