

## 7 Détermination de la masse de Jupiter

Galilée a observé pour la première fois les quatre plus grands satellites de Jupiter en 1610 : Io, Europe, Ganymède et Callisto. Puis Kepler a énoncé sa 3<sup>e</sup> loi des périodes en 1618. S'appuyant en partie sur leurs travaux, Newton a établi en 1687 la loi de gravitation et a permis ainsi de déterminer la constante de la loi des périodes de Kepler. Mais la mesure de la masse d'une planète, à l'aide du mouvement de ses satellites, n'a été possible qu'après la détermination de la constante de gravitation universelle  $G$  par Cavendish en 1798.

→ **Comment déterminer la masse de Jupiter à partir du mouvement de quatre de ses satellites ?**

### Doc. 1 Données astronomiques

Satellite	Rayon de l'orbite $r$ ( $\times 10^5$ km)	Période de révolution $T$ (j)
Io (1)		
Europe (2)		3,55
Ganymède (3)	10,7	7,16
Callisto (4)	18,8	16,7

### Doc. 3 Expression de la 3<sup>e</sup> loi de Kepler

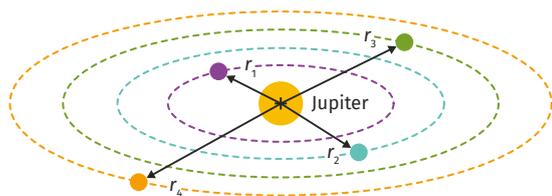
À l'aide des mesures astronomiques précises réalisées par T. Brahe, J. Kepler a énoncé en 1618, dans son ouvrage intitulé *Hamonices mundi*, sa troisième loi :

« Le carré de la période de révolution  $T$  d'une planète est proportionnel au cube du demi-grand axe  $a$  de sa trajectoire elliptique autour du Soleil tel que  $\frac{T^2}{a^3} = k$  »

En appliquant la 2<sup>e</sup> loi de Newton sur chaque lune de Jupiter, de période  $T_x$  et de rayon d'orbite  $r_x$ , gravitant autour de la planète Jupiter suivant une orbite quasicirculaire, on montre que la 3<sup>e</sup> loi de Kepler s'écrit :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_J}$$

### Doc. 6 Jupiter et ses satellites



### Données

- Constante de gravitation universelle :  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
- Conversions d'unités d'angle :  $1' = 1^\circ/60$  et  $1'' = 1'/3600$
- Conversions d'unités de longueur :  $1 \text{ u.a.} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$

### Doc. 2 Matériel à disposition

- Logiciel tableur/graphueur
- Logiciel libre planétarium Stellarium et sa notice



Retrouvez le logiciel sur [LLS.fr/PCTstellarium](https://lls.fr/PCTstellarium)

### Doc. 4 Écart relatif

L'écart relatif  $\varepsilon$  entre la valeur expérimentale  $m_{\text{exp}}$  d'une masse et sa valeur théorique  $m_{\text{th}}$  se calcule avec la formule :

$$\varepsilon = \frac{m_{\text{th}} - m_{\text{exp}}}{m_{\text{th}}}$$

### Doc. 5 Mesure du rayon orbital

L'angle de visée  $\theta$  est l'angle sous lequel on voit le rayon  $r_x$  de la trajectoire du satellite depuis la Terre. D'après le schéma :

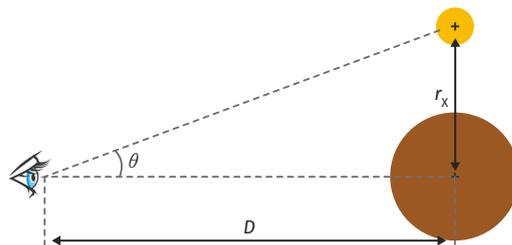
$$\tan(\theta) = \frac{r_x}{D}$$

$\theta$  : angle de visée (rad)

$r_x$  : distance entre Jupiter et le satellite X (m)

$D$  : distance entre la Terre et Jupiter (m)

Dans l'approximation des petits angles, on a  $\tan(\theta) = \theta$ .



**1 Relation de proportionnalité entre  $T^2$  et  $r^3$**  (10 minutes conseillées)

1. Préciser l'hypothèse à adopter concernant les trajectoires des satellites.
2. Proposer les grandes étapes du protocole expérimental à réaliser (5 lignes maximum) pour répondre à la problématique générale à partir de la formulation complète de la 3<sup>e</sup> loi de Kepler pour laquelle on précisera les unités de chaque grandeur physique.

**Appel n° 1** Appeler le professeur pour lui présenter le protocole, ou en cas de difficulté.

**2 Élaboration du protocole de mesure** (20 minutes conseillées)

Le logiciel Stellarium est déjà configuré pour être centré sur la planète Jupiter avec un zoom suffisant pour observer les quatre satellites.

3. Proposer un protocole pour mesurer la période de révolution  $T$  du satellite Io.
4. Proposer un protocole pour mesurer le rayon de chacune des orbites des satellites Io  $r_1$  et Europe  $r_2$ .

**Appel n° 2** Appeler le professeur pour lui présenter les deux protocoles, ou en cas de difficulté.

**3 Détermination de la masse de Jupiter** (30 minutes conseillées)

5. Après accord du professeur, mettre en œuvre les deux protocoles de mesure.
6. Reproduire et compléter le tableau ci-dessous.



Satellite	Mesure de l'angle de visée $\theta$		Calcul du rayon orbite $r_x$	Mesure de la période de révolution $T_x$	
	(°)	(rad)		(h)	(j)
Io					
Europe					3,55

7. Après avoir reporté les données, tracer le graphe  $T^2 = f(r^3)$ .
8. Modéliser la courbe représentative de  $T^2 = f(r^3)$  par un modèle affine.

**Appel n° 3** Appeler le professeur pour lui présenter les résultats de la modélisation, ou en cas de difficulté.

9. La littérature scientifique estime que la masse de Jupiter est égale à  $M_J = (1,90 \pm 0,02) \times 10^{27}$  kg. Vérifier cette valeur et conclure.

Quitter le logiciel Stellarium et fermer la session.

**Se préparer**  
aux ECE

Rédiger une fiche récapitulative concernant la troisième loi de Kepler.