

A Formation de la houle et production d'électricité

Énoncé

L'énergie mécanique de la houle (énergie houlomotrice) est renouvelable et écologique. Différentes techniques de récupération de l'énergie des vagues ont été imaginées.

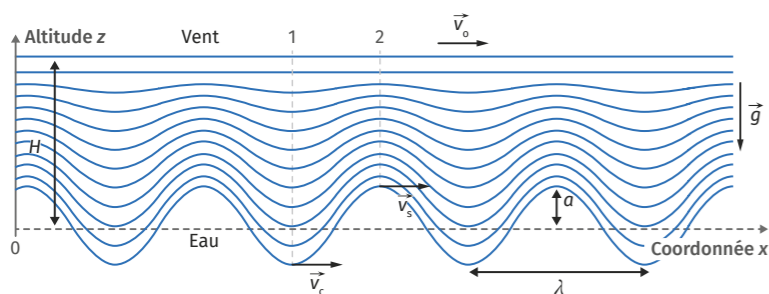
Dans un premier temps, on s'intéresse à l'interaction entre le vent et les vagues modélisée de manière simple pour expliquer la formation de la houle. Puis on s'intéressera à la production d'électricité à partir d'énergie houlomotrice.

D'après l'épreuve de physique et modélisation, PSI E3A, 2018.

DONNÉES

- Masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Masse volumique de l'air : $\rho_{\text{air}} = 1,3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$
- Intensité de pesanteur : $g = 9,81 \text{ N}\cdot\text{kg}^{-1}$
- Pression atmosphérique : $p_{\text{atm}} = 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$
- Relation de Bernoulli : $p_1 - p_2 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \frac{1}{2} \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) = 0$

Doc. 1 Formation et entretien de la houle



Loin de la surface de l'eau, le vent est considéré parfaitement horizontal, avec une vitesse \vec{v}_0 . On note λ la longueur d'onde des vagues et a leur amplitude. Les lignes de courant d'air à la surface de l'eau sont représentées. On définit \vec{v}_c la vitesse du vent au niveau d'un creux de vague, \vec{v}_s la vitesse du vent au niveau d'un sommet de vague ainsi que p_c et p_s les pressions aux mêmes endroits et S_c et S_s les sections dans les plans perpendiculaires à la feuille au niveau des points (1) et (2). L'épaisseur du système est notée L (dans le sens perpendiculaire à la feuille).

La formation de vague est un phénomène très complexe. Pour simplifier, on suppose le mouvement du vent comme principalement horizontal. Les vagues formées à la surface de l'eau adoptent une forme sinusoïdale. En se plaçant dans leur référentiel, supposé galiléen, elles sont considérées comme statiques.

L'écoulement de l'air est supposé permanent, incompressible, sans tourbillon et sans frottement.

Doc. 2 Colonne d'eau oscillante

Si la longueur d'onde de la vague est très petite devant la profondeur d'eau :

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$$

v : vitesse de propagation de la vague ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)
 λ : longueur d'onde des vagues (m)
 g : intensité de pesanteur ($\text{N}\cdot\text{kg}^{-1}$)

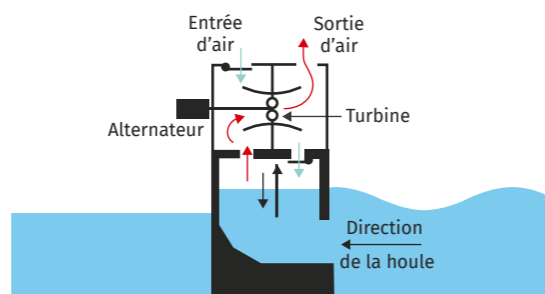
La puissance transportée par mètre de front d'onde est alors :

$$P_1 = \frac{\rho \cdot g^2 \cdot a^2 \cdot T}{8\pi}$$

P_1 : puissance linéaire de front d'onde ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}$)
 ρ : masse volumique de l'eau ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)
 a : amplitude des vagues (m)
 T : période des vagues (s)

Doc. 3 Colonne d'eau oscillante

Il existe de nombreuses techniques de production d'électricité à partir d'énergie houlomotrice, notamment la colonne d'eau oscillante dont le principe de fonctionnement est représenté ci-dessous. La vague montante comprime l'air présent dans la colonne, faisant ainsi tourner la turbine reliée à l'alternateur.



Questions résolues

1. Influence du vent

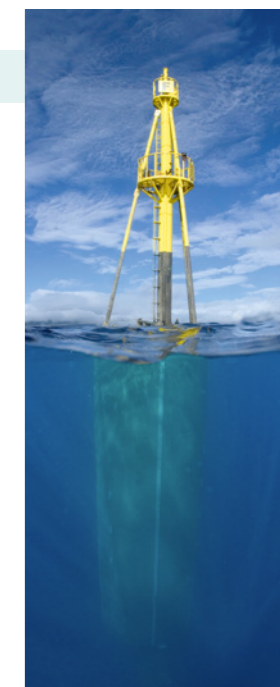
- 1.1 Préciser si la vitesse du vent est plus élevée au niveau d'un creux ou d'un sommet. Justifier à l'aide de la conservation du débit volumique.
- 1.2 Appliquer la relation de Bernoulli pour déterminer une relation entre la pression et la vitesse dans un creux de vague et sur un sommet de vague.
- 1.3 Donner le signe de $p_c - p_s$ et en déduire une relation entre p_c et p_s .
- 1.4 Expliquer alors pourquoi le vent entretient les vagues.

2. Conversion d'énergie

Soit une houle de longueur d'onde $\lambda = 30 \text{ m}$ et d'amplitude $a = 2,0 \text{ m}$.

- 2.1 Calculer la vitesse de propagation des vagues.

- 2.2 En déduire la puissance linéaire de front d'onde pour cette houle.
- 2.3 **Doc. 3** Expliquer comment l'augmentation et la diminution de la hauteur d'eau dans la colonne d'eau oscillante permettent d'entraîner la turbine et donc de produire de l'électricité.



Solution rédigée

- 1.1 On s'intéresse ici aux molécules d'air qui traversent le plan perpendiculaire à la feuille. D'après le **doc. 1**, la section traversée par l'air au niveau d'un creux de vague est $S_c = L \cdot (H + a)$ et la section traversée par l'air au niveau d'un sommet est $S_s = L \cdot (H - a)$. La section S_c est plus grande que la section S_s . Or, d'après la loi de conservation du débit, il y a égalité des débits volumiques au niveau d'un creux et d'un sommet de vague, soit :

$$S_c \cdot v_c = S_s \cdot v_s$$

On en déduit donc que la vitesse dans un creux est plus petite que la vitesse au niveau d'un sommet de vague ($v_c < v_s$).

- 1.2 D'après la relation de Bernoulli :

$$p_c - p_s + \rho_{\text{air}} \cdot g \cdot (h_c - h_s) + \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \cdot (v_c^2 - v_s^2) = 0$$

$$p_c - p_s - 2\rho_{\text{air}} \cdot g \cdot a + \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \cdot (v_c^2 - v_s^2) = 0$$

$$p_c - p_s = 2\rho_{\text{air}} \cdot g \cdot a - \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \cdot (v_c^2 - v_s^2)$$

Comme $v_c < v_s$, alors :

$$v_c^2 - v_s^2 < 0$$

$$-\frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \cdot (v_c^2 - v_s^2) > 0$$

De plus, $2\rho_{\text{air}} \cdot g \cdot a > 0$, donc :

$$2\rho_{\text{air}} \cdot g \cdot a - \frac{1}{2} \rho_{\text{air}} \cdot (v_c^2 - v_s^2) > 0$$

On en déduit donc que $p_c - p_s > 0$, ce qui signifie que $p_c > p_s$.

La pression étant plus importante dans le creux d'une vague que sur le sommet, cela favorise la conservation des vagues.

$$2.1 \quad v = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$$

$$\text{AN : } v = \sqrt{\frac{9,81 \times 30}{2 \times \pi}} = 6,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

- 2.2 La période T de la houle est liée à la longueur d'onde λ par $T = \frac{\lambda}{v}$. On en déduit donc :

$$P_1 = \frac{\rho_{\text{eau}} \cdot g^2 \cdot a^2 \cdot T}{8\pi}$$

$$P_1 = \frac{\rho_{\text{eau}} \cdot g^2 \cdot a^2 \cdot \lambda}{8\pi \cdot v}$$

$$\text{AN : } P_1 = \frac{1000 \times (9,81)^2 \times (2,0)^2 \times 30}{8 \times \pi \times 6,8}$$

$$P_1 = 6,8 \times 10^4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}$$

- 2.3 Le niveau d'eau dans la colonne oscillante varie avec le passage des vagues. Quand le volume d'eau augmente, le volume d'air présent au-dessus diminue, provoquant une hausse de la pression. Cette surpression crée une force pressante sur les pales de la turbine qui se met à tourner. Quand le niveau d'eau redescend, le volume d'air de la colonne augmente, et donc la pression diminue. Cette alternance entraîne un alternateur qui produit de l'électricité.