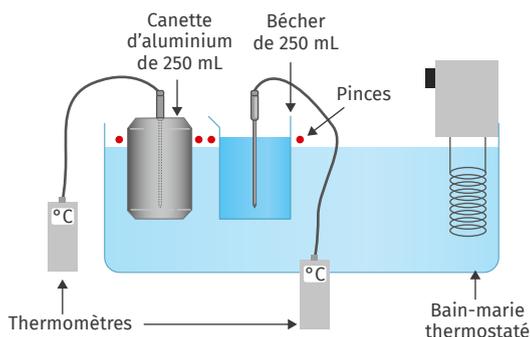


5 Pasteurisation du lait

La pasteurisation du lait tue près de 99,999 % des bactéries. Cette technique consiste à faire chauffer le lait à 72 °C pendant une courte durée, puis à le refroidir.

→ Quel gain de temps de chauffage peut-on espérer obtenir en utilisant un matériel adapté ?

Doc. 1 Modélisation du chauffage



Le chauffage pour la pasteurisation du lait est modélisé par un bain-marie chauffant une canette et un bécher de taille similaire.

Doc. 3 Matériel nécessaire

- Bain-marie thermostaté à une température fixe située entre 70 et 80 °C
- Canette d'aluminium découpée
- Potences et pinces
- Bécher de 250 mL
- Deux thermomètres
- Logiciel tableur-grapheur
- Fiole jaugée de 200,0 mL
- Pied à coulisse

Doc. 4 Équation différentielle

D'après le premier principe, la variation d'énergie interne ΔU de l'eau contenue dans la canette ou dans le bécher est égale à l'énergie reçue par le bain-marie. En dérivant par rapport au temps t , on obtient une équation différentielle selon θ :

$$m \cdot c \cdot \frac{d\theta}{dt} = h \cdot S \cdot (\theta_f - \theta)$$

- m : masse d'eau (g)
- c : capacité thermique massique de l'eau ($\text{J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$)
- θ : température de l'eau (°C)
- t : temps (s)
- h : coefficient de transfert thermique ($\text{W} \cdot \text{°C}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$)
- S : surface d'échange entre la paroi et l'eau (m^2)
- θ_f : température fixée du bain-marie (°C)

Données

- Diamètre de la canette : $d = 6,6 \text{ cm}$
- Capacité thermique massique de l'eau : $c = 4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$
- Surface d'une canette découpée ou d'un bécher de rayon r et de hauteur h :

$$S = \pi \cdot r \cdot (r + 2h)$$

- Expression de la capacité thermique massique du lait :

$$c_{\text{lait}} = a \cdot \theta + b$$

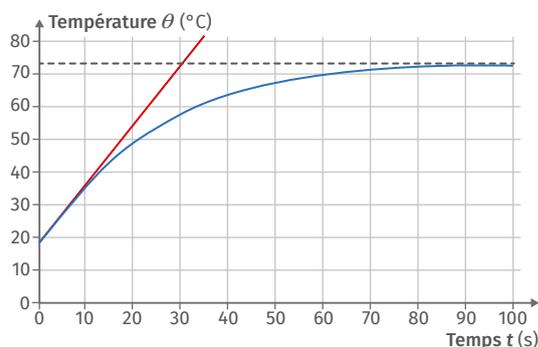
c_{lait} : capacité thermique massique du lait ($\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$)

a : constante égale à $a = 2,84 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-2}$

θ : température (°C)

b : constante égale à $b = 3824 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$

Doc. 2 Évolution de la température



L'évolution de la température $\theta(t)$ a pour expression :

$$\theta(t) = \theta_f + (\theta_i - \theta_f) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

$\theta(t)$: température de l'eau (°C)

θ_f : température finale de l'eau (°C)

θ_i : température initiale de l'eau (°C)

t : temps (s)

τ : constante de temps caractéristique du système (s)

Doc. 5 Cuve de pastorisation





1 Proposition d'un protocole (10 minutes conseillées)

- Proposer un protocole permettant de mesurer la durée caractéristique de réchauffement τ de l'eau dans le béccher et dans la canette.

Appel n° 1 Appeler le professeur pour lui présenter le protocole, ou en cas de difficulté.

- Justifier qu'il est possible de considérer que la capacité thermique du lait à 50 °C est équivalente à celle de l'eau. Effectuer une comparaison sous la forme d'un rapport pour justifier l'emploi d'eau dans l'expérience.

2 Réalisation du protocole (20 minutes conseillées)

- Après avoir mesuré la température initiale θ_i de l'eau et les masses d'eau utilisées dans chaque récipient, notées m_{canette} et $m_{\text{béccher}}$, réaliser le protocole validé par le professeur et mesurer les temps caractéristiques τ_{canette} et $\tau_{\text{béccher}}$. On veillera à ce que le thermomètre ne soit pas en contact avec les parois.

Appel n° 2 Appeler le professeur pour lui présenter les résultats, ou en cas de difficultés.

3 Coefficient de Newton et temps limite (30 minutes conseillées)

Soit l'équation différentielle permettant d'établir l'expression de la température θ au cours du temps :

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau} = \frac{\theta_{\text{ext}}}{\tau}$$

- Vérifier que l'équation différentielle présentée dans le **doc. 4** peut se mettre sous la forme proposée et déterminer l'expression de τ .
- En déduire l'expression du coefficient de Newton h en fonction de la surface S d'échange, du temps caractéristique τ , de la capacité thermique massique de l'eau c et de la masse d'eau m introduite dans le récipient. Calculer les coefficients h_{canette} et $h_{\text{béccher}}$ en tenant compte des spécificités de chaque expérience. Le temps limite t_{lim} correspond à l'instant pour lequel la température atteinte par l'eau est égale à $\theta_f - 1$ °C.
- Démontrer que $t_{\text{lim}} = \tau \cdot \ln\left(\frac{\theta_f - \theta_i}{1^\circ\text{C}}\right)$. Calculer ce temps limite pour les deux récipients.
- En déduire quel récipient est le plus adapté pour réaliser une pasteurisation du lait.

Défaire le montage et ranger la pailasse.

**Se préparer
aux ECE**

Rédiger une fiche de synthèse expliquant comment on peut déterminer une constante de temps caractéristique à l'aide d'un graphique représentant l'évolution temporelle d'une grandeur de type exponentielle.