SUJET BAC CORRIGÉ

1 Création de grenaille de plomb

Énoncé

La grenaille de plomb a été utilisée comme munition pour les fusils. Elle a été produite de manière artisanale, puis industriellement, à partir de la fin du XIX^e siècle jusqu'à très récemment, dans des « tours à plomb ».

Doc. 1 Procédé de fabrication de la grenaille

Le plomb était monté au sommet de la tour sous forme de lingots, puis fondu sur place dans un petit four à une température supérieure à 300 °C environ (mélangé, pour le durcir, à une certaine quantité d'arsenic et d'antimoine ; en général 8 % environ de la masse). On le faisait s'écouler du haut de la tour à travers une grille calibrée, ce qui permettait d'obtenir de fines gouttelettes de plomb qui s'arrondissaient et durcissaient durant leur chute. Des fenêtres et un fort courant d'air ascendant permettaient l'évacuation de la chaleur et une aération de l'air vicié contenant les vapeurs nocives de plomb.

Elles terminaient leur course dans un bassin d'eau de refroidissement. En bas, des employées triaient ensuite les billes de plomb, les malaxaient avec du graphite dans un tonneau pour les noircir et limiter leur vitesse d'oxydation. Le graphite [pouvait] en outre jouer un rôle de lubrifiant dans le canon du fusil. La grenaille de plomb était ensuite mise en colis pour être utilisée à l'encartouchage chez un fabricant de cartouches.

Les tours à plomb industrielles sont hautes de plusieurs dizaines de mètres, de section ronde ou carrée.

D'après Wikipedia.org..

Tour à plomb à Séville (Espagne).

DONNÉES

- **Masse volumique du plomb solide :** $\rho = 11\,350$ kg·m^{-3}
- **Capacité thermique massique du plomb :** $c = 129$ J· kg^{-1}·K^{-1}
- **Température de fusion du plomb sous une pression de 1 bar :** $T_{fus} = 600$ K
- **Expression de la durée d'une chute libre d'une hauteur :**

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

- **Intensité de pesanteur :** $g = 9{,}81$ N·kg^{-1}
- **Température de l'air ambiant :** $T_{ext} = 283$ K
- **Surface d'une sphère :** $4\,\pi\,R^2$
- **Volume d'une sphère :** $\frac{4}{3}\pi \cdot R^3$

Questions résolues

1. Variation d'énergie

On veut estimer la hauteur de la tour qui est nécessaire à ce procédé. Les hypothèses de simplification doivent être précisées et brièvement justifiées. On étudie des billes de rayon $r = 1{,}1$ mm.

1.1 Vérifier que la masse de cette bille est de 63 mg.

1.2 Citer les trois modes de transfert thermique qui peuvent intervenir lors de la chute.

1.3 Le bassin d'eau étant tempéré à $T_{eau} = 323$ K, déterminer l'énergie thermique transférée avec l'air extérieur pour qu'une bille touche l'eau sans excéder sa température. On considérera que les billes sont déjà solides au moment de leur chute à la température T_{fus}. La durée de solidification du plomb liquide est négligeable par rapport au temps de refroidissement.

2. Hauteur de la tour

Dans la suite du sujet, on considère que la somme des variations des énergies macroscopiques est nulle.

Le courant d'air dans la tour constitue un thermostat de température $T_{ext} = 283$ K. On considère qu'on peut modéliser les échanges d'énergie de cette bille par des échanges conducto-convectifs. Pour rappel, la loi de Newton donne le flux thermique reçu par le fluide en contact avec la bille :

$\phi = h \cdot S \cdot (T_{ext} - T)$

ϕ : flux thermique échangé (W)
h : coefficient de transfert égal à $h = 74$ W·m^{-2}·K^{-1}
S : surface de la bille (m^2)
T : température de la bille (K)

2.1 Préciser le type de transfert thermique négligé si on ne tient compte que de la loi de Newton.

2.2 Effectuer le bilan d'énergie en appliquant le 1er principe de la thermodynamique pour le système incompressible {bille} lors de sa chute et en déduire l'équation différentielle que suit la température T de la bille.

2.3 Établir l'expression de la température du système en fonction du temps.

2.4 Déterminer le temps nécessaire pour que la bille soit à la température de l'eau.

2.5 Déterminer la hauteur de la tour nécessaire. Comparer à la taille de la tour du **doc. 1**. Conclure.

Solution rédigée

1.1 La masse de la bille sphérique est égale à :

$$m = \rho \cdot V$$

$$m = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 \cdot \rho$$

AN : $m = \frac{4}{3} \times \pi \times (1{,}1 \times 10^{-3})^3 \times 11\,350$

$$m = 6{,}3 \times 10^{-5}\,\text{kg} = 63\,\text{mg}$$

1.2 Les trois modes de transfert thermique sont la conduction, la convection et le rayonnement.

1.3 L'énergie thermique transférée entre une bille et l'air extérieur correspond à la variation d'énergie interne de la bille de sa température de fusion à la température du bassin d'eau. Son expression est donc égale à :

$$Q = m \cdot c \cdot (T_{fus} - T_{eau})$$

AN : $Q = 6{,}3 \times 10^{-5} \times 129 \times (600 - 323) = 2{,}3$ J

2.1 La loi de Newton ne tient compte que des échanges thermiques selon les modes de transfert convectif et conductif.

2.2 En considérant que le flux d'énergie thermique transférée correspond à la variation temporelle d'énergie interne de la bille, on a :

$$\frac{dU}{dt} = \phi$$

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} = h \cdot S \cdot (T_{ext} - T)$$

$$m \cdot c \cdot \frac{dT}{dt} + h \cdot S \cdot T = h \cdot S \cdot T_{ext}$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{h \cdot S}{m \cdot c} \cdot T = \frac{h \cdot S}{m \cdot c} \cdot T_{ext}$$

2.3 En tenant compte de la température initiale de la bille, T_{fus}, la résolution de l'équation différentielle précédente aboutit à :

$$T(t) = T_{ext} + (T_{fus} - T_{ext}) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \text{ avec } \tau = \frac{m \cdot c}{h \cdot S}$$

2.4 On note t_f la date à laquelle la température atteint T_{eau} :

$$T_{eau} = T_{ext} + (T_{fus} - T_{ext}) \cdot \exp\left(-\frac{t_f}{\tau}\right)$$

$$t_f = -\tau \cdot \ln\left(\frac{T_{eau} - T_{ext}}{T_{fus} - T_{ext}}\right)$$

$$t_f = -\frac{m \cdot c}{h \cdot S} \cdot \ln\left(\frac{T_{eau} - T_{ext}}{T_{fus} - T_{ext}}\right)$$

AN : $t_f = -\dfrac{6{,}3 \times 10^{-5} \times 129}{74 \times 4 \times \pi \times (1{,}0 \times 10^{-3})^2} \times \ln\left(\dfrac{323 - 283}{600 - 283}\right)$

$$t_f = 15 \text{ s}$$

2.5 On considère une chute libre dont la durée correspond à t_f :

$$t_f = \sqrt{\frac{2\,H}{g}}$$

$$H = \frac{t_f^2 \cdot g}{2}$$

AN : $H = \dfrac{15^2 \times 9{,}81}{2} = 1100$ m

Cette hauteur calculée est aberrante, comparée à la hauteur de la tour photographiée. Les hypothèses effectuées lors de cette étude ne sont donc pas adaptées.